Y213016073

(3110-51K)

(MAT5SKA)

B.Sc. DEGREE EXAMINATION, DECEMBER 2023.

(Regular)

Third Year — Fifth Semester

Part II — Mathematics

Paper VI — NUMERICAL METHODS

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

SECTION A — ($5 \times 2 = 10$ marks)

Answer any FIVE questions.

1. Show that $\nabla = 1 - E^{-1}$.

   $\nabla = 1 - E^{-1}$ అని చూపుము.

2. Evaluate $\Delta \tan^{-1} x$

   $\Delta \tan^{-1} x$ ను కనుగొనుము.

3. State Gauss forward interpolation formula for equal intervals.

   సమాన అంతరాలకు గాస్ పురోగమన అంతర్వేశ సూత్రాన్ని ప్రవచింపుము.

4. If $f(x) = \frac{1}{x}$ then find $f(a,b)$.

   $f(x) = \frac{1}{x}$ అయిన $f(a,b)$ ను కనుగొనుము.

5. Define Numerical differentiation.

   సంఖ్యాపరమైన అవకలనాన్ని నిర్వచింపుము.

6. Write the second derivative formula for Stirling's formula.

   స్టిర్లింగ్స్ సూత్రమునకు ద్వితీయ అవకలనము సూత్రము వ్రాయుము.

7. State Weddle's rule.

   వెడల్స్ సూత్రమును ప్రవచించుము.

8. Write modified Euler method.

   మాడిఫైడ్ ఆయిలర్ పద్ధతిని వ్రాయుము.

SECTION B — ($5 \times 5 = 25$ marks)

Answer any FIVE questions.

9. Prove that $e^x = \left(\frac{\Delta^2}{E}\right) e^x \cdot \frac{E e^x}{\Delta^2 e^x}$ with $h = 1$.

$e^x = \left(\frac{\Delta^2}{E}\right) e^x \cdot \frac{E e^x}{\Delta^2 e^x}$ అని నిరూపించుము. $h = 1$

10. Construct a backward difference table for the following data. Find the value of $\nabla^2 u_4$

క్రింది దత్తాంశమునకు తిరోగమన భేద పట్టికను నిర్మించుము. $\nabla^2 u_4$ విలువను కనుగొనుము.

x	1	2	3	4	5
u	2	5	10	20	30

11. If $y_{20} = 24$, $y_{24} = 32$, $y_{28} = 35$, $y_{32} = 40$ then find y_{25} by Bessel's formula.

$y_{20} = 24$, $y_{24} = 32$, $y_{28} = 35$, $y_{32} = 40$ అయిన బెస్సల్స్ సూత్రము ద్వారా y_{25} ను కనుగొనుము.

12. By Lagrange's interpolation formula, find $f(4)$ from the following table.

లెగ్రాంజ్ అంతర్వేశ సూత్రము ద్వారా క్రింది పట్టిక నుండి $f(4)$ ను కనుగొనుము.

x	0	1	2	5
$f(x)$	2	5	7	8

13. Using the following table, compute $f'(1.22)$ by Stirling's formula.

స్టిర్లింగ్స్ సూత్రము ద్వారా క్రింది పట్టికను ఉపయోగించి $f'(1.22)$ ను కనుగొనుము.

u	x	y	Δy	$\Delta^2 y$	$\Delta^3 y$	$\Delta^4 y$
–2	1.0	2				
–1	1.1	12	10	14		
0	1.2	36	24	–4	–18	40
1	1.3	56	20	18	22	
2	1.4	94	38			

14. Evaluate $\int_0^1 \frac{dx}{1+x}$ correct to 3 decimal places by Trapezoidal rule with $h = 0.5$

$h = 0.5$ తో $\int_0^1 \frac{dx}{1+x}$ ను 3 దశాంశ స్థానాలకు సమలంబ చతుర్భుజ సూత్రము ద్వారా కనుగొనుము.

15. Evaluate $\int_0^{\pi/2} \sin x \, dx$ by using Euler-Maclaurin's formula.

ఆయిలర్-మెక్లారెన్స్ సూత్రము ఉపయోగించి $\int_0^{\pi/2} \sin x \, dx$ ను కనుగొనుము.

16. Compute $y(0.2)$ upto 4 decimals, using Euler method when $y' = 1 + y^2$ and $y(0) = 0$.

$y' = 1 + y^2$ మరియు $y(0) = 0$ అప్పుడు ఆయిలర్ పద్ధతిని ఉపయోగించి $y(0.2)$ విలువను 4 దశాంశ స్థానాలకు కనుగొనుము.

SECTION C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions.

17. (a) Find the missing term of the following data.
క్రింది దత్తాంశానికి లుప్త పదమును కనుగొనుము.

x	1	2	3	4	5	6	7
y	2	4	8	–	32	64	128

Or

(b) Evaluate $\Delta^n \sin(ax+b)$
$\Delta^n \sin(ax+b)$ ను కనుగొనుము.

18. (a) Use Stirling's formula to find y_{28} if $y_{20} = 49225$, $y_{25} = 48316$, $y_{30} = 47236$, $y_{35} = 45926$, $y_{40} = 44306$.
ఇచ్చినవి $y_{20} = 49225$, $y_{25} = 48316$, $y_{30} = 47236$, $y_{35} = 45926$, $y_{40} = 44306$ అయిన స్టిర్లింగ్స్ సూత్రమును వాడి y_{28} ను కనుగొనుము.

Or

(b) State and prove Lagrange's inverse interpolation formula.
లెగ్రాంజ్ విలోమ అంతర్వేశ సూత్రాన్ని ప్రవచించి నిరూపించుము.

19. (a) Find the minimum value of y from the following table.
క్రింది దత్తాంశం నుండి y యొక్క కనిష్ఠ విలువను కనుగొనుము.

x	0	2	4	6
y	3	3	11	27

Or

(b) Find $\frac{dy}{dx}$ at $x = 0$ using Newton's forward interpolation formula for the following data.
క్రింది దత్తాంశమునకు న్యూటన్ పురోగమన అంతర్వేశ సూత్రమును ఉపయోగించి $x = 0$ వద్ద $\frac{dy}{dx}$ ను కనుగొనుము.

x	0	2	4	6	8	10
$f(x)$	0	12	248	1284	4080	9980

20. (a) Evaluate $\int_0^6 \frac{dx}{1+x^2}$ by Simpson's $\frac{1}{3}$ rule with $h=1$.

$h=1$ తో సింప్సన్స్ $\frac{1}{3}$ సూత్రము చేత $\int_0^6 \frac{dx}{1+x^2}$ ను కనుగొనుము.

Or

(b) Using Simpson's $\frac{3}{8}$ rule, evaluate $\int_0^1 \frac{dx}{1+x}$ with $h=\frac{1}{6}$.

$h=\frac{1}{6}$ తో సింప్సన్స్ $\frac{3}{8}$ సూత్రము చేత $\int_0^1 \frac{dx}{1+x}$ ను కనుగొనుము.

21. (a) Apply the fourth order $R-K$ method to solve $y'=xy^{1/3}$, $y(1)=1$ to obtain $y(1.1)$.

$y'=xy^{1/3}$, $y(1)=1$ అయిన నాల్గవ తరగతి $R-K$ పద్ధతి ద్వారా $y(1.1)$ ను కనుగొనుము.

Or

(b) Using Picard's method to obtain y for $x=0.1$ to 0.5 for the differential equation $y'=1+xy$ with $y(0)=1$.

$y(0)=1$ తో $y'=1+xy$ అను అవకలన సమీకరణమునకు పికార్డ్ పద్ధతి ఉపయోగించి $x=0.1$ నుండి $x=0.5$ వరకు y ను రాబట్టుము.